La demanda de reservas internacionales en un régimen de bandas cambiarias

*Alberto Carrasquilla**

I. INTRODUCCION

Un país con política cambiaria que no sea de flotación pura, demanda reservas internacionales con múltiples propósitos, siendo el principal garantizar el flujo de pagos y evitar así un derrumbe del sistema cambiario vigente[1]. Por ejemplo, si la tasa de cambio es fija, las reservas sirven para ajustar macroeconómicamente las fluctuaciones de la balanza de pagos[2].

En modelos convencionales, cuando la política fiscal es excesivamente expansionista y el tipo de cambio es fijo, los inversionistas internacionales saben que se avecina un derrumbe del sistema cambiario y tienen enormes incentivos para atacar la moneda, generando lo que se conoce como una crisis de la balanza de pagos[3]. En otra familia de modelos los agentes incurren en ataques que se desligan de los determinates fundamentales del tipo de cambio, llevándose a cabo lo que se conoce como una profecía autorealizada[4].

En cualquier caso, debe haber un nivel R* de las reservas internacionales, el cual, los agentes confían sea suficiente para defender el tipo de cambio, de tal forma que si el stock R cae por debajo de R*, atacan la moneda y tumban el sistema cambiario, forzando una devaluación que los enriquece. Por esta razón, es interesante estudiar el nivel de reservas que permite "manejar" las fluctuaciones usuales de los pagos, de tal forma que este incentivo puramente especulativo desaparezca.

---

* Gerente Técnico, Banco de la República. Una versión preliminar del documento fue preparado para el Seminario-Taller de Fedesarrollo y la Universidad de los Andes. Marzo, 1995. Se agradece el interés y comentarios de los participantes. Se agradece la colaboración de A. Galindo en la parte empírica.

[1] Para una reseña de la literatura sobre demanda por reservas internacionales y otros temas relacionados, véase Roger, S. (1993). Para discusiones colombianas ver Carrasquilla, A. (1994), Oliveros, H. y C. Varela (1994).

[2] Véase Giovannini, A. (1991).

[3] Para una reseña comprensiva de esta literatura, véase Blackburn, K. y M. Sola (1993).

[4] Véase Obstfeld, M. (1986).

Aún mas, es relevante abrir la discusión al esquema de bandas cambiarias en el cual opera actualmente la economía colombiana.

Este trabajo aborda el tema. En la sección II se presenta el modelo básico de bandas cambiarias a fin de ubicar la discusión. En la sección III se presenta el lado monetario de la economía y se introducen los incentivos para atacar la banda en función de las reservas observadas. En la parte IV se estiman algunos coeficientes que permiten examinar el tema en algunos casos concretos, incluyendo Colombia. Finalmente, se presentan las conclusiones.

II. EL MODELO BÁSICO

A. Tasa de Cambio

Partimos de un modelo de bandas cambiarias muy conocido, introducido a la literatura por Krugman[5] y posteriormente trabajado por Krugman y Rotemberg[6]. En estos modelos la tasa de cambio nominal es un fenómeno puramente monetario, sujeto a innovaciones estocásticas en la velocidad de circulación y cantidad de dinero fija. Formalmente, la tasa de cambio nominal está dada por:

$$e(t) = m(t) + v(t) + \alpha\, E[de/dt] \qquad (1)$$

donde $e(t)$ es la tasa de cambio, $m(t)$ la cantidad exógena de dinero, $v(t)$ la velocidad de circulación, E el operador de expectativas, α un parámetro que mas adelante interpretamos y d el operador de derivada.

La ecuación *(1)* dice que la tasa de cambio sube con choques monetarios, los cuales pueden provenir de la oferta o de la demanda por dinero. Si la oferta sube, la tasa se devalúa y si la demanda sube, cae la velocidad de circulación y la tasa de cambio se revalúa. Por último, si se elevan las expectativas de devaluación, la tasa de cambio observada se devalúa en un orden de magnitud que depende directamente del parámetro α. Suponiendo paridad de intereses y una tasa de interés externa igual a cero (o fija), la razón por la cual se devalúa la tasa de cambio se hace mas clara: un aumento en las expectativas de devaluación es equivalente a un incremento en la tasa de interés interna. El efecto de dicho incremento sobre la tasa de cambio nominal va a depender de la magnitud de la caída en la demanda por dinero; por esta razón, podemos interpretar el término α como la semi-elasticidad de la demanda por dinero a la tasa de interés.

¿Qué mueve el modelo?, los choques aleatorios que sufre la velocidad de circulación. Estos choques aleatorios se pueden introducir diciendo que la velocidad es un proceso Markov, es decir:

$$dv(t) = \mu[v(t),t]dt + \sigma[v(t),t]dz \qquad (2)$$

con $z(t)$ la realización en el momento t de una moción Browniana (o proceso de Wiener). En otras palabras, $z(t)$ cumple las siguientes definiciones:

$$dz(t) = \varepsilon(t)\, dt^{1/2} \qquad (2a)$$

$$e(t) \sim N(0,\sigma^2) \qquad (2b)$$

La ecuación *(2)* lo que dice es que la velocidad evoluciona en dos dimensiones; la primera, a lo largo del tiempo y la segunda, en relación con la dispersión inherente a una realización de un proceso estocástico.

Dadas las funciones $\mu[.]$ a la cual se llama "drift" y $\sigma[.]$, además de un valor $v(0)$ *inicial*, la serie de realizaciones del proceso Browniano $z(t)$ definen completamente la dinámica de la velocidad

[5] Krugman, P. (1991).

[6] Krugman, P. y J. Rotemberg (1991).

de circulación. Ecuaciones como *(2)* se utilizan ampliamente en la teoría financiera, en la cual μ se asocia con el rendimiento de un activo y σ con el riesgo o dispersión.

Ahora bien, el punto analítico importante es que la tasa de cambio nominal es una función de un proceso markoviano y de variables que son funciones del tiempo:

$$e(t) = e\,[v(t),t] \qquad (3)$$

Ahora aproximamos un incremento en la función con una expansión de Taylor, manteniendo la idea de que:

$$de = e_v dv + e_t dt + (1/2)\, e_{vv}\, (dv)^2 \qquad (4)$$

Ampliando:

$$de = et\, d_t + e_v\,[\mu dt + \sigma dz\,] +$$

$$(1/2)\, e_{vv}\,[\mu dt + \sigma dt^{1/2}]^2 \qquad (5)$$

Ahora bien, tomando el valor esperado *(con E[dz] = 0)* y utilizando la idea de que para dt pequeños dt^k desaparece con k>1, obtenemos:

$$E\,[\,de/dt\,] = e_v\,\mu + (1/2)\, e_{vv}\,\sigma^2 \qquad (6)$$

Partiendo de *(6)* podemos volver a *(1)* y obtener:

$$e\,(t) = m(t) + v(t) + \alpha\,[\,\mu' e_v + 0.5 e_{vv}\sigma'^2\,] \qquad (7)$$

La ecuación *(7)* es una ecuación diferencial de segundo orden cuya solución es conceptualmente sencilla[7]. En forma simple, la solución de *(7)* está dada por:

$$e(t) = m(t) + v(t) + \mu\alpha +$$

$$C(1)exp\left[\frac{-\alpha\mu + \sqrt{\alpha^2\mu^2 + 2\alpha\sigma^2}}{\alpha\sigma^2}\, v(t) + \right.$$

$$C(2)exp\left[\frac{-\alpha\mu - \sqrt{\alpha^2\mu^2 + 2\alpha\sigma^2}}{-\alpha\sigma^2}\, v(t)\right. \qquad (8)$$

En *(8)* hay dos componentes principales que explican la tasa de cambio nominal, una ligada a los fundamentales *(F)* y otra, no lineal, ligada a los parámetros del modelo y a las constantes de integración *C(1)* y *C(2)*. Formalmente,

$$e = F + NF \qquad (8a)$$

La primera parte de la ecuación:

$$F = [m+v+\alpha\mu] \qquad (8b)$$

es la contrapartida "fundamental". Obviamente, aparecen la cantidad de dinero (si *m* o *v* suben, *e* sube proporcionalmente). En adición a estos dos factores, el término $\alpha\mu$ recoge la tendencia (drift) de la velocidad, corregida por la semi-elasticidad de la demanda por dinero. Si la demanda es inelástica, las tendencias de la velocidad no afectan en mayor grado la tasa de cambio, mientras que si es elástica, existirán efectos importantes.

La otra parte,

$$NF = C(1)exp[\lambda_1 v\,] + C(2)exp[\lambda_2 v] \qquad (8c)$$

en la cual aparecen dos constantes de integración *C(1)* y *C(2)*, junto con términos no-lineales en función de los parámetros del modelo (α, la semielasticidad de la demanda por dinero a la tasa de interés; μ el componente tendencial de la velocidad; y σ la volatilidad de la velocidad de circulación), explica las *desviaciones* de la tasa de cambio respecto de los fundamentales.

Lo que se muestra es el hecho de que la tasa de cambio tiene una relación no-lineal con los parámetros básicos, de tal forma que la relación entre dicha tasa y los fundamentales es no lineal.

---

[7] Para solucionarla se utilizó el programa Mathematica, interesados en el programa y la solución arrojada por este, pueden comunicarse con el autor y/o el editor de Coyuntura Económica.

Hasta el momento, hemos deducido el comportamiento de la tasa de cambio en función de los parámetros del sencillo modelo estructural[8]. Bajo un régimen de flotación cambiaria, la solución implica $C(1) = C(2) = 0$. Pasamos ahora a examinar la solución bajo un régimen de bandas.

B. Bandas

Intuitivamente, lo que tenemos es un «eje» fundamental *(F)* y dos tipos de fuerzas que hacen que la tasa de cambio se desvíe de dicho eje *(NF)*. La pregunta concreta es la siguiente: ¿Cómo determinar la dinámica de la tasa de cambio, siendo cierto que tenemos tres incógnitas *[e,C(1)* y *C(2)]* y sólo una ecuación? Cuando hay flotación, podemos suponer, con los modelos monetarios de la tasa de cambio, que ésta siempre se ubica en sus niveles fundamentales y que, por ende, las desviaciones son cero. Bajo estas circunstancias, $C(1)=C(2)=0$ y es cierto que la tasa de cambio está dada por la expresión típica en los modelos monetarios de determinación cambiaria bajo flotación:

$$e(t) = m(t) + v(t) + \alpha\mu \qquad (9)$$

Ahora bien, si uno introduce bandas cambiarias, introduce la posibilidad de que la tasa de cambio se desvíe de sus fundamentales. Por ende, los parámetros de integración deben ser diferentes de cero. Cómo introducir las dos ecuaciones que se necesitan para identificar estos valores?

Lo que se hace en la literatura es introducir las bandas cambiarias en este momento y suponer que la función que relaciona la tasa de cambio con los fundamentales *(8)* es tangente a las rectas implicadas por cada una de las bandas. La condición de tangencia implica que si la tasa de cambio toca una de las bandas, debe ser cierto que la función tiene derivada igual a la pendiente de la banda. Si la banda es horizontal, entonces la función tiene un punto crítico en cada una de las bandas. De esta manera, se introducen dos nuevas ecuaciones.

Sea e_{MIN} la banda mínima y e_{MAX} la banda máxima y supongamos que son rectas horizontales. De otra parte, sea $G[e_j]$ la función *(8)* evaluada en la tasa de cambio nominal e_j. Lo que el párrafo anterior dice, es que si e_j es igual a la tasa de cambio prefijada en la banda, entonces:

$$G'[e_{MAX}] = 0 = G'[e_{MIN}] \qquad (10)$$

Con las ecuaciones definidas en *(10)*, que la literatura financiera ha denominado condiciones de "smooth pasting" podemos resolver el sistema e identificar la función *(8)*, obteniendo una expresión en la cual la tasa de cambio nominal aparece como función no lineal de los parámetros básicos del modelo, y de los fundamentales, *m* y *v*.

III. DINERO E INCENTIVOS PARA ATACAR LA PARIDAD CAMBIARIA

Un ataque especulativo equivale a una compra de divisas por parte del sector privado, en este caso de tamaño tal que las reservas internacionales se agotan y la banda cambiaria se derrumba. Por ende, en el momento del ataque la tasa de cambio se ubica en la parte alta de la banda cambiaria y el Banco Central vende reservas hasta que ellas se agotan. Un instante después, la tasa de cambio flota y lo hace partiendo de dicho nivel inicial.

Vamos a codificar lo que sucede utilizando una convención analítica. En concreto, formalizamos lo que sucede un instante antes y un instante después del ataque especulativo. Intuitivamente, un instante antes del ataque la tasa de cambio debe estar en el tope de la banda cambiaria. En la medida en que la cantidad de

[8] Para un modelo estructural mas elaborado véase, por ejemplo, Beetsma, R. y F. Van Der Ploeg (1994).

dinero sea constante, debe ser cierto que llegó allá como consecuencia de un ajuste en la velocidad de circulación *(v)*. Esto es, hay una velocidad implícita, a la que podemos llamar v^{MAX} que identifica la tasa de cambio en ese instante.

De otra parte, un instante después del ataque, la tasa de cambio sigue en el mismo nivel e^{MAX} pero, conceptualmente, la identificamos con una ecuación diferente, es decir, la tasa de cambio ya está en un régimen de flotación.

La ecuación *(8)* tiene dos términos no lineales; para propósitos prácticos, el primero de ellos se refiere a la parte alta de la banda y el segundo a la parte baja de la banda.

Un instante antes del ataque, podemos simplificar planteando que *C(2)=0* de tal forma que si la tasa de cambio nominal está en el tope de la banda se puede escribir como dada por un choque de velocidad (demanda por dinero):

$$e_{MAX} = m + v_{MAX} + \alpha\mu + C(1)\ exp\ [\lambda v_{MAX}] \qquad (11)$$

con λ la expresión en la ecuación *(8)*, es decir:

$$\lambda = exp\ \{[-\alpha\mu + (\alpha^2\mu^2 + 2\alpha\sigma^2)^{1/2}] / \alpha\sigma^2\} \qquad (11a)$$

Usando la condición de "smooth pasting", esto es, igualando la derivada de *(11)* a cero, obtenemos:

$$C(1)\ exp\ [\lambda v_{MAX}] = -1/\lambda \qquad (12)$$

Reemplazando *(12)* en *(11)* obtenemos una expresión para la tasa de cambio en el instante del ataque especulativo:

$$e_{MAX} = m + v_{MAX} + \alpha\mu - (1/\lambda) \qquad (13)$$

Ahora bien, antes del ataque, la oferta monetaria está dada por:

$$m = ln(D+R) \qquad (14)$$

es decir, la cantidad de dinero es igual al activo del sistema financiero, a su vez, la suma de las reservas internacionales *(R)* y el crédito doméstico neto *(D)*. Tras un ataque especulativo suceden dos cosas: primero, las reservas se agotan, segundo, la banda desaparece y la tasa de cambio empieza a flotar.

El hecho de que las reservas internacionales se agoten implica que la cantidad de dinero cae de tal forma que *después* del ataque será igual a:

$$m^A = ln\ (D) \qquad (15)$$

con R=0. La variación en el stock de dinero que ocurre en el ataque, que equivale al monto de las reservas requeridas para tumbar el sistema, está dado por:

$$m^A - m = ln(D) - ln(D+R) =$$

$$ln\ [\ D(D+R)] = -ln\ [1+(R/D)] \qquad (16)$$

La tasa de cambio en el instante después del ataque flota y por ende está dada por *F* :

$$e = m^A + v + \alpha\mu \qquad (17)$$

Por lo tanto, podemos resolver para $[m^A - m]$, las reservas requeridas, utilizando *(13)* y *(17)*, es decir aprovechando el hecho de que la tasa de cambio es la misma un instante antes y después del ataque, así:

$$m^A - m = -(1/\lambda) \qquad (18)$$

Volviendo a *(16)*, tenemos:

$$ln[1+(R/D)] = (1/\lambda) \qquad (19)$$

Por tanto, tomando la exponencial, sabemos que:

$$[1+(R/D)] = exp\ (1/\lambda) \qquad (20)$$

de donde $R/D = exp\ (-1/\lambda) - 1$ y por tanto podemos escribir una ecuación que define el nivel de reservas que se necesita para defender la banda.

Si las reservas son iguales o superiores a este nivel, la banda se puede defender:

$$R = D\ [exp\ (1/\lambda) - 1] \qquad (21)$$

IV. ASPECTOS EMPIRICOS

¿Cómo encontrar una contrapartida empírica para los parámetros α (semielasticidad de la demanda por dinero a la tasa de interés), μ (término de "deriva" de la tasa de cambio nominal) y σ (término de dispersión)?. Para ello hacemos lo siguiente: primero, estimamos una función de demanda por dinero y obtenemos la semielasticidad requerida y segundo, estimamos la siguiente regresión:

$$m = \beta\ T + \varepsilon \qquad (22)$$

y suponemos que el parámetro β aproxima al parámetro μ, que T es el componente "tendencial", mientras que el error standard de ε aproxima el parámetro σ. El siguiente problema radica en cómo caracterizar ese componente "tendencial" para garantizar que los ε sean estacionarios y su error estándar tenga una correcta interpretación.

La alternativa empírica propuesta en este trabajo es, caracterizar el componente "tendencial" como una variable flexible que oscila de alguna manera con las oscilaciones de la cantidad de dinero. Para ésto utilizamos el filtro de Hodrick y Prescott[9] con el cual podemos calcular una serie (componente "tendencial") que excluye las grandes fluctuaciones de la serie original *(m)*. En particular suponemos que la serie en cuestión es la suma de un componente "tendencial" $(\bar{m})$ y otro cíclico (ε). Estos componentes los obtenemos al solucionar el siguiente problema:

$$min\ (\bar{m})\ [\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t + \lambda \sum_{t=1}^{T} ((\bar{m}_t - \bar{m}_{t-1}) - (\bar{m}_{t-1} - \bar{m}_{t-2}))^2] \qquad (23)$$

Volviendo a la ecuación *(22)* tendremos que T será igual a $\bar{m}$ y β será igual a uno. Por lo tanto nuestro problema radica únicamente en estimar el error estándar de los residuales obtenidos al utilizar el filtro de Hodrick y Prescott.

Por ende, usando *(11a)* y estos estimativos, obtenemos un valor para λ. Una vez conocido λ podemos utilizar *(21)* para obtener el nivel de reservas (como proporción de crédito) necesarias para defender la banda. En el cuadro 1 se presentan nuestras estimaciones para Alemania, Colombia y México. Utilizamos datos tomados de las estadísticas financieras del FMI para calcular el σ de los países. Las semielasticidades de la demanda de dinero a la tasa de interés las tomamos de Gerlach (1994)[10] para Alemania, de Misas et al. (1994)[11] para Colombia y estimamos México utilizando información hasta el penúltimo trimestre de 1994.

Cuadro 1. RESULTADOS VARIOS PAISES

País	R/D%	σ	α
Alemania	0.47	0.039	0.004
Colombia	22.0	0.049	0.200
México	35.0	0.087	0.280

Fuente: Cálculos del autor.

Nuestros resultados sugieren que Colombia necesita un stock de reservas de aproximadamente 22% del crédito interno, esto es, con aproximadamente US$4,800 millones se puede defender la banda cambiaria. Estos resultados son muy sensibles a la semielasticidad de la demanda a la tasa de interés que se utilice. En el cuadro 2 presentamos algunas pruebas de sensibilidad a este parámetro para el caso Colombiano.

[9] Ver Hodrick, R. y E. Prescott (1980).

[10] Véase Gerlach, S. (1994).

[11] Véase Misas, M., H. Oliveros y J. D.Uribe (1994).

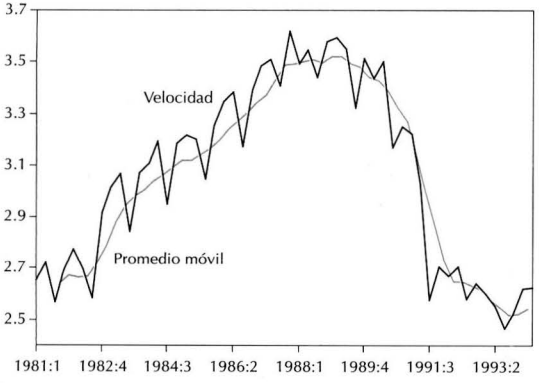
Cuadro 2. SENSIBILIDAD DE LA SEMIELASTICIDAD DE LA DEMANDA A LA TASA DE INTERES

α	R/D%
0.10	10
0.15	16
0.20	**22**
0.25	28
0.30	35

Fuente: Cálculos del autor.

La alta sensibilidad de estos resultados sugiere que el nivel de reservas necesario para defender la banda puede ser bastante frágil en un contexto de alta inestabilidad de la demanda por dinero. Tal es el caso de México cuya demanda de dinero parece ser bastante inestable (ver gráfico 1) y posiblemente también, aunque en un menor grado, el caso de Colombia (Ver Misas et al. (1994) y gráfico 2).

Gráfico 1. VELOCIDAD DE CIRCULACION (log) - MEXICO

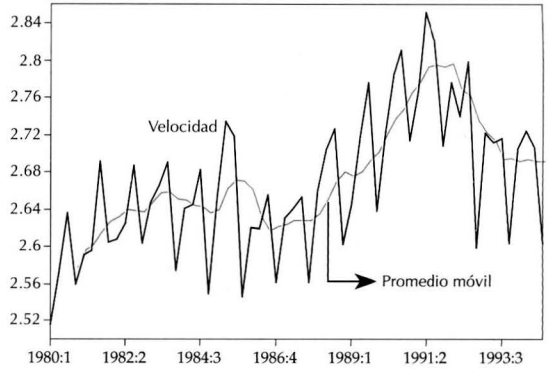


Fuente: Cálculos del autor.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos planteado que el régimen de bandas cambiarias está sujeto a ataques especulativos, de la misma manera en que lo está un régimen de tasa de cambio fija. A partir de un sencillo modelo estructural, en el cual la tasa de cambio nominal es un fenómeno monetario puro, es posible deducir una solución que permite identificar cuantitativamente el problema en función de algunos parámetros básicos, como son la semielasticidad de la demanda por dinero a la tasa de interés y el componente tendencial de la oferta monetaria.

Gráfico 2. VELOCIDAD DE CIRCULACION (log)- COLOMBIA



Fuente: Cálculos del autor.

Con base en este tipo de solución, y usando estimativos convencionales sobre los parámetros, llegamos a la conclusión de que en Colombia se requiere mantener reservas internacionales por un orden de magnitud aproximadamente igual al 20% del crédito doméstico. En la actualidad, esto equivale a unos US$4,800 millones. Sin embargo, la posibilidad de que haya saltos en la semielasticidad de la demanda a la tasa de interés sugiere que el estimativo puede subir, por cada punto adicional de elasticidad, las reservas deben incrementar en aproximadamente un punto del crédito doméstico (US$250 millones).

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Beetsma, R. y F. Van Der Ploeg (1994), "Intramarginal Interventions, Bands and the Pattern of EMS Exchange Rate Distributions", *International Economic Review,* Vol. 35, No. 3.

Blackburn, K. y M. Sola (1993), "Speculative Currency Attacks and Balance of Payments Crises", *Journal of Economic Surveys,* vol 7, No. 2.

Carrasquilla, A. (1994), "Consideraciones Sobre el Manejo de las Reservas Internacionales", *mimeo,* Banco de la República.

Gerlach, S. (1994), "German Unification and the Demand for German M3", *BIS Working Paper,* No. 21.

Giovannini, A. (1991), "Currency Substitution and the Fluctuations of Foreign Exchange Reserves with Credibly Fixed Exchange Rates", *NBER Working Paper Series,* No. 3636, february.

Hodrick, R. y E. Prescott (1980), "Post-War U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation", *Carnegie-Mellon Discussion Paper,* No. 451.

Krugman, P. (1991), "Target Zones and Exchange Rate Dynamics", *Quarterly Journal of Economics,* No. 106, august.

Krugman, P. y J. Rotemberg (1991), "Target Zones with Limited Reserves", *NBER Working Paper Series,* No. 3418.

Misas, M., H. Oliveros y J. Uribe (1994), "Especificación y Estabilidad de la Demanda por Dinero en Colombia", *Ensayos Sobre Política Económica,* No. 25.

Obstfeld, M. (1986), "Rational and Self Fulfilling Balance of Payments Crises", *American Economic Review,* vol. 76.

Oliveros, H. y C. Varela (1994), "Consideraciones Sobre el Nivel Optimo de Reservas Internacionales", *Borradores Semanales de Economía,* No.4.

Roger, S. (1993), "The Management of Foreign Exchange Reserves", *BIS Economic Papers,* No. 38, july.